□10□ □□□□□□:□□□

□□□□□□□□□

□□□□□□□19□□□

1□□2021•□□□□□□□□□□□□ $f(x)=lnx-ax^2+(2-a)x$□

①□□ $f(x)$ □□□□□

②□ $a>0$□□□□□ $0<x<\frac{1}{a}$□□ $f(\frac{1}{a}+x)>f(\frac{1}{a}-x)$ □

③□□ $y=f(x)$ □□□□ x□□□□ A□ B□□□□□ AB□□□□□□□ x_0 □□□ $f'(x_0)<0$□

□□□□□□①□□ $f(x)$ □□□□□ $(0,+\infty)$□

$f'(x)=\frac{1}{x}-2ax+(2-a)=-\frac{(2x+1)(ax-1)}{x}$ □

(i)□ $a>0$□□□□ $f'(x)=0$□□ $x=\frac{1}{a}$□

□ $x\in(0,\frac{1}{a})$ □□ $f'(x)>0$□□ $x\in(\frac{1}{a}$□$+\infty)$ □□ $f'(x)<0$□

$\therefore f(x)$□ $(0,\frac{1}{a})$ □□□□□□ $(\frac{1}{a}$□$+\infty)$ □□□□□□

(ii)□ $a\leq 0$□□ $f(x)>0$□□□□

$\therefore f(x)$□ $(0,+\infty)$□□□□□

②□□□ $g(x)=f(\frac{1}{a}+x)-f(\frac{1}{a}-x)$ □

□ $g(x)=[ln(\frac{1}{a}+x)-a(\frac{1}{a}+x)^2+(2-a)(\frac{1}{a}+x)]-[ln(\frac{1}{a}-x)-a(\frac{1}{a}-x)^2+(2-a)(\frac{1}{a}-x)]=ln(1+ax)-ln(1-ax)-2ax$ □

$g'(x)=\frac{a}{1+ax}+\frac{a}{1-ax}-2a=\frac{2a^3x^2}{1-a^2x^2}$ □

□ $x\in(0,\frac{1}{a})$ □□ $g'(x)>0$□□ $g(0)=0$□

$\therefore g(x) > g(0)=0$□

□□ $0<x<\frac{1}{a}$ □□ $f(\frac{1}{a}+x) > f(\frac{1}{a}-x)$ □

③ □①□□□□ $a\leqslant 0$ □□□□ $y=f(x)$ □□□□ x □□□□□□□□□

□ $a>0$ □□□ $f(x)$ □□□□□ $f(\frac{1}{a})$ □□ $f(\frac{1}{a})>0$ □

□□□ $A(x_1$ □ $0)$ □ $B(x_2$ □ $0)$ □ $0<x_1<x_2$ □□ $0<x_1<\frac{1}{a}<x_2$ □

□②□□ $f(\frac{2}{a}-x_1)=f(\frac{1}{a}+\frac{1}{a}-x_1)>f(x_1)=f(x_2)=0$ □

□ $f(x)$ □ $(\frac{1}{a}$ □ $+\infty)$ □□□□□□

$\therefore \frac{2}{a}-x_1<x_2$ □□□ $x_0=\frac{x_1+x_2}{2}>\frac{1}{a}$ □

□①□□ $f'(x_0)<0$ □

2□□2021 □•□□□□□□□□ $f(x)=2x+(1-2a)\ln x+\frac{a}{x}$ □

□1□□□ $f(x)$ □□□□□

□2□□□□□ $f(x)=m$ □□□□□□□□ x_1 □ x_2 □□ $x_1<x_2$ □□□□ $f'(\frac{x_1+x_2}{2})>0$ □

□□□□□□1□ $f'(x)=2+\frac{1-2a}{x}-\frac{a}{x^2}=\frac{2x^2+(1-2a)x-a}{x^2}=\frac{(x-a)(2x+1)}{x^2}(x>0)$ □

① □ $a\leqslant 0$ □□ $x\in(0,+\infty)$ □ $f'(x)>0$ □ $f(x)$ □□□□□

② □ $a>0$ □□ $x\in(0,a)$ □ $f'(x)<0$ □ $f(x)$ □□□□□

$x\in(a,+\infty)$ □ $f'(x)>0$ □ $f(x)$ □□□□□

□□□□ $a\leqslant 0$ □□ $f(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□

□ $a>0$□□ $f(x)$ □ $(0,a)$ □□□□□□ $(a,+\infty)$ □□□□□

□2□□□1□□□□ $a,, 0$ □□ $f(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□ $f(x)=m$ □□□□□□□□□□□□

□ $a>0$□□ $f(x)$ □ $(0,a)$ □□□□□□ $(a,+\infty)$ □□□□□□ f'□a□$=0$□

□□□ $0<x_1<a<x_2$ □

□□ $f'(\frac{x_1+x_2}{2})>0$ □□□ $\frac{x_1+x_2}{2}>a$ □□□ $x_2+x_1>2$□□□ $x_2>2a-x_1$ □

□□ $f(x)$ □ $(a,+\infty)$ □□□□□□□ $f(x_2)>f(2a-x_1)$ □

□□ $f(x_2)=f(x_1)$ □□□□□ $f(x_1)>f(2a-x_1)$ □□□ $f(a+x)<f(a-x)$ □

$g(x)=f(a+x)-f(a-x)=[2(a+x)+(1-2a)ln(a+x)+\frac{a}{a+x}]-[2(a-x)+(1-2a)ln(a-x)+\frac{a}{a-x}]$
□

$=4x+(1-2a)ln(a+x)-(1-2a)ln(a-x)+\frac{a}{a+x}-\frac{a}{a-x}$□

$g'(x)=4+\frac{1-2a}{a+x}+\frac{1-2a}{a-x}-\frac{a}{(a+x)^2}-\frac{a}{(a-x)^2}$

$=4+\frac{2a(1-2a)}{a^2-x^2}-\frac{2a(a^2+x^2)}{(a+x)^2(a-x)^2}=\frac{4x^2(x^2-a^2-a)}{(a+x)^2(a-x)^2}$ □

□ $x\in(0,a)$ □□□ $g'(x)<0$ □ $g(x)$ □□□□□□ $g(0)=f(a+0)-f(a-0)=0$ □

□□ $x\in(0,a)$ □□□ $g(x)<g(0)=0$ □□ $f(a+x)<f(a-x)$ □

□ $f(x)>f(2a-x)$ □

□ $x_1\in(0,a)$ □□□ $f(x_1)>f(2a-x_1)$ □□□ $f(\frac{x_1+x_2}{2})>0$ □

3□□2021•□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=x^2-2ax+2lnx(a>0)$ □

□1□□□□□ $f(x)$ □□□□□

□2□□ $g(x)=\ln x-bx-cx^2$ □□□□ $f(x)$ □□□□□□ x_1 □ $x_2(x_1<x_2)$ □□□□ $g(x)$ □□□□□□□ $y=(x_1-x_2)g'(\frac{x_1+x_2}{2})$ □□□□

□□ $[\ln 3-1$ □ $+\infty)$ □□□□ a □□□□□□

□□□□□□1□□□ $f(x)=x^2-2ax+2\ln x(a>0)$ □□□□□ $(0,+\infty)$ □

□ $f'(x)=2x-2a+\frac{2}{x}=2\cdot\frac{x^2-ax+1}{x}(a>0,x>0)$ □

□□□□ $x^2-ax+1=0$ □△ $=a^2-4(a>0)$ □

① □△ $=a^2-4\leq 0$ □□ $0<a\leq 2$ □□□ $f'(x)\geq 0$ □□□□

□□ $f(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□

② □△ $=a^2-4>0$ □□ $a>2$ □□□ $f'(x)=0$ □□□ $x=\frac{a-\sqrt{a^2-4}}{2}$ □□ $x=\frac{a+\sqrt{a^2-4}}{2}$ □

□ $x\in(0,\frac{a-\sqrt{a^2-4}}{2})$ □ $(\frac{a+\sqrt{a^2-4}}{2}$ □ $+\infty)$ □□ $f'(x)>0$ □

□ $x\in(\frac{a-\sqrt{a^2-4}}{2}$ □ $\frac{a+\sqrt{a^2-4}}{2})$ □□ $f'(x)<0$ □

□□ $f(x)$ □ $(0,\frac{a-\sqrt{a^2-4}}{2})$ □ $(\frac{a+\sqrt{a^2-4}}{2}$ □ $+\infty)$ □□□□□□

□ $(\frac{a-\sqrt{a^2-4}}{2}$ □ $\frac{a+\sqrt{a^2-4}}{2})$ □□□□□□

□□□□□□□ $0<a\leq 2$ □□ $f(x)$ □□□□□□□□ $(0,+\infty)$ □□□□□□□□□□

□ $a>2$ □□ $f(x)$ □□□□□□□□ $(0,\frac{a-\sqrt{a^2-4}}{2})$ □ $(\frac{a+\sqrt{a^2-4}}{2}$ □ $+\infty)$ □□□□□□□□ $(\frac{a-\sqrt{a^2-4}}{2}$ □ $\frac{a+\sqrt{a^2-4}}{2})$ □

□2□□□1□□□□□ $a>2$ □□ $x_1+x_2=a$ □ $x_1x_2=1(x_1<x_2)$ □

□ $g'(x)=\frac{1}{x}-b-2cx(x>0)$ □

□ $g'(\frac{x_1+x_2}{2})=\frac{2}{x_1+x_2}-b-c(x_1+x_2)$ □

□ $g(x_1)=g(x_2)=0$ □

□□ $\begin{cases} lnx_1-bx_1-cx_1^2=0 \\ lnx_2-bx_2-cx_2^2=0 \end{cases}$ □

□□□□□□□ $ln\frac{x_1}{x_2}=b(x_1-x_2)+c(x_1^2-x_2^2)$ □

□□ $y=(x_1-x_2)g'(\frac{x_1+x_2}{2})=\frac{2(x_1-x_2)}{x_1+x_2}-b(x_1-x_2)-c(x_1^2-x_2^2)=\frac{2(x_1-x_2)}{x_1+x_2}-ln\frac{x_1}{x_2}=\frac{2(\frac{x_1}{x_2}-1)}{\frac{x_1}{x_2}+1}-ln\frac{x_1}{x_2}$ □

□ $\frac{x_1}{x_2}=t\in(0,1)$ □

□□ $y=\frac{2(t-1)}{t+1}-lnt$ □

□ $y'=\frac{-(t-1)^2}{t(t+1)^2}<0$ □

□□ $y=\frac{2(t-1)}{t+1}-lnt$ □ $(0,1)$ □□□□□

□ y □□□□□ $[ln3-1$ □ $+\infty)$ □□□ t □□□□□ $(0,\frac{1}{3}]$ □

□□ $a^2=(x_1+x_2)^2=\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}+2=t+\frac{1}{t}+2\in[\frac{16}{3},+\infty)$ □

□□□ $a>2$ □

□□□ a □□□□□ $[\frac{4\sqrt{3}}{3},+\infty)$ □

4[illegible]2021[illegible]•[illegible] $f(x)=lnx-ax(a$ [illegible]

[illegible]1[illegible] $a>1$ [illegible] $f(x)$ [illegible]

[illegible]2[illegible] $a\geqslant\frac{3\sqrt{2}}{2}$ [illegible] $g(x)=2f(x)+x^2$ [illegible] x_1 [illegible] $x_2(x_1<x_2)$ [illegible] $t=\frac{lnx_1-lnx_2}{x_1-x_2}$ [illegible]

$y=(x_1-x_2)(\frac{2}{x_1+x_2}-t)+\frac{2}{3}$ [illegible]

[illegible]1[illegible] $f'(x)=\frac{1}{x}-a=\frac{1-ax}{x}(x>0)$ [illegible]

$a>1$ [illegible] $1-ax>0$ [illegible] $x<\frac{1}{a}$ [illegible] $0<x<\frac{1}{a}$ [illegible] $f'(x)>0$ [illegible] $f(x)$ [illegible]

[illegible] $1-ax<0$ [illegible] $x>\frac{1}{a}$ [illegible] $x>\frac{1}{a}$ [illegible] $f'(x)<0$ [illegible] $f(x)$ [illegible]

$\therefore$ [illegible] $a>1$ [illegible] $f(x)$ [illegible] $(0,\frac{1}{a})$ [illegible] $f(x)$ [illegible] $(\frac{1}{a}$ [illegible] $+\infty)$ [illegible]

[illegible]2[illegible] $g(x)=2f(x)+x^2=2lnx-2ax+x^2$ [illegible]

$\therefore g'(x)=\frac{2(x^2-ax+1)}{x}=0$ [illegible] x_1 [illegible] x_2 [illegible]

[illegible] $x^2-ax+1=0$ [illegible] x_1 [illegible] x_2 [illegible]

[illegible] $a\geqslant\frac{3\sqrt{2}}{2}$ [illegible] $\therefore\triangle=a^2-4>0$ [illegible]

$\therefore x_1+x_2=a$ [illegible] $x_1x_2=1$ [illegible]

[illegible] $t=\frac{lnx_1-lnx_2}{x_1-x_2}$ [illegible]

$\therefore y=(x_1-x_2)(\frac{2}{x_1+x_2}-\frac{lnx_1-lnx_2}{x_1-x_2})+\frac{2}{3}$

$=\frac{2(x_1-x_2)}{x_1+x_2}-ln\frac{x_1}{x_2}+\frac{2}{3}$

$=2\cdot\frac{\frac{x_1}{x_2}-1}{\frac{x_1}{x_2}+1}-ln\frac{x_1}{x_2}+\frac{2}{3}$ □

□ $m=\frac{x_1}{x_2}(0<m<1)$ □

□□□□□□□ $(x_1+x_2)^2=x_1^2+2x_1x_2+x_2^2=a^2$ □

$\therefore \frac{x_1^2+2x_1x_2+x_2^2}{x_1x_2}=m+\frac{1}{m}+2=a^2$ □

$a\geqslant\frac{3\sqrt{2}}{2}$ □ $\therefore m+\frac{1}{m}=a^2-2\geqslant\frac{5}{2}$ □

$\therefore m\leqslant\frac{1}{2}$ □ $m\geqslant 2$ □ $\therefore 0<m\leqslant\frac{1}{2}$ □

□ $h(m)=2\cdot\frac{m-1}{m+1}-lnm+\frac{2}{3}$ □ $\therefore h'(m)=\frac{-(m-1)^2}{m(m+1)^2}<0$ □

$\therefore h(m)$ □ $0<m\leqslant\frac{1}{2}$ □□□□

$\therefore y_{min}=h(m)_{min}=h(\frac{1}{2})=ln2$ □

5□□2021□•□□□□□□□□□□ $f(x)=\frac{1}{2}x^2+lnx+mx$ □ $(m\in R)$ □

□1□□ $f(x)$ □□□□□□□□□ m □□□□□□

□2□□ x_1 □ x_2 □ $f(x)$ □□□□□□□□□ $\frac{f(x_1)+f(x_2)}{2}-f(\frac{x_1+x_2}{2})>\frac{(m+2)^2}{8}$ □

□□□□□□□1□ $f'(x)=x+\frac{1}{x}+m$ □ $(x>0)$ □

□ $f(x)$ □□□□□□□□

□ $f'(x)=0$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□

□□ $m=-(x+\frac{1}{x})$ □□□□□

□ $y=m$ □ $y=-(x+\frac{1}{x})$ □ $(x>0)$ □□□□□□

$y'=-1+\frac{1}{x^2}=\frac{-x^2+1}{x^2}$ □

□□□ $(0,1)$ □□ $y'>0$ □ y □□□□□

□ $(1,+\infty)$ □□ $y'<0$ □ y □□□□□

□□ $x=1$ □□ $y_{max}=-2$ □

□□ $m<-2$ □

□□ m □□□□□□ $(-\infty,-2)$ □

□2□□□□□1□□ $a<-2$ □□ $x_1+x_2=-a$ □ $x_1x_2=1$ □

□□ $\frac{f(x_1)+f(x_2)}{2}-f(\frac{x_1+x_2}{2})=\frac{\ln x_1+\frac{1}{2}x_1^2+ax_1+\ln x_2+\frac{1}{2}x_2^2+ax_2}{2}-\ln\frac{x_1+x_2}{2}-\frac{(\frac{x_1+x_2}{2})^2}{2}-a(\frac{x_1+x_2}{2})$

$=-\ln(-\frac{a}{2})-\frac{1}{2}+\frac{a^2}{8}$ □

□□□□□□ $-\ln(-\frac{a}{2})-1-\frac{a}{2}>0$ □

□ $t=-\frac{a}{2}$ □□ $t>1$ □□□□□□□□ $\ln t<t-1$ □ $t>1$ □□□

□ $g(t)=\ln t-(t-1)$ □

$g'(t)=\frac{1-t}{t}<0$ □

□□ $g(t)=\ln t-(t-1)$ □□□□□

□□ $g(t)=lnt-(t-1)<g$□1□$=0$□

6□□2021•□□□□□□□□□ $f(x)=\frac{1}{x}-x+2a\cdot lnx$ □

□1□□□ $f(x)$ □□□□□

□2□□ $g(x)=lnx-bx-cx^2$ □□□□ $f(x)$ □□□□□□ x_1 □ $x_2(x_1<x_2)$ □□□□ $g(x)$ □□□□□□□ $y=(x_1-x_2)\cdot g'(\frac{x_1+x_2}{2})$ □□□

□$[ln3-1$□$+\infty)$ □□□□ a □□□□□□

□□□□□□1□ $f(x)$ □□□□□ $(0,+\infty)$ □ $f'(x)=-\frac{1}{x^2}-1+\frac{2a}{x}=-\frac{x^2-2ax+1}{x^2}$ □

(i) □ $a\leqslant 1$ □□ $f'(x)\leqslant 0$ □□□□□ $a=1$ □ $x=1$ □□ $f'(x)=0$ □

(ii) □ $a>1$ □□ $f'(x)=0$ □ $x_1=a-\sqrt{a^2-1}$ □ $x_2=a+\sqrt{a^2-1}$ □

□ $x\in(0$□$a-\sqrt{a^2-1})\cup(a+\sqrt{a^2-1}$□$+\infty)$ □□ $f'(x)<0$ □

□ $x\in(a-\sqrt{a^2-1}$□$a+\sqrt{a^2-1})$ □□ $f'(x)>0$ □

□□ $a\leqslant 1$ □□ $f(x)$ □□□□□□□ $(0,+\infty)$ □□□□□□□□□

□ $a>1$ □□ $f(x)$ □□□□□□□ $(0,a-\sqrt{a^2-1})$ □ $(a+\sqrt{a^2-1}$□$+\infty)$ □

□□□□□□□ $(a-\sqrt{a^2-1}$□$a+\sqrt{a^2-1})$ □

□2□□□1□□□ $a>1$ □ $x_1+x_2=2a$ □ $x_1x_2=1$ □

□ $g'(x)=\frac{1}{x}-b-2cx$ □

$\therefore g'(\frac{x_1+x_2}{2})=\frac{2}{x_1+x_2}-b-c(x_1+x_2)$ □

□ $g(x_1)=g(x_2)=0$ □□

$ln\frac{x_1}{x_2}=b(x_1-x_2)+c(x_1^2-x_2^2)$□

$\therefore y=(x_1-x_2)g'(\frac{x_1+x_2}{2})=\frac{2(x_1-x_2)}{x_1+x_2}-b(x_1-x_2)-c(x_1^2-x_2^2)$

$=\frac{2(x_1-x_2)}{x_1+x_2}-ln\frac{x_1}{x_2}=\frac{2(\frac{x_1}{x_2}-1)}{\frac{x_1}{x_2}+1}-ln\frac{x_1}{x_2}$□

□$\frac{x_1}{x_2}=t\in(0,1)$□$\therefore y=\frac{2(t-1)}{t+1}-lnt$□

□ $y'=\frac{-(t-1)^2}{t(t+1)^2}<0$□$\therefore y$□$(0,1)$□□□□□

□y□□□□□$[ln3-1$□$+\infty)$□□t□□□□□$(0$□$\frac{1}{3}]$□

□ $x_1+x_2=2a$□$\therefore(2a)^2=(x_1+x_2)^2=x_1^2+2x_1x_2+x_2^2=\frac{x_1^2+2x_1x_2+x_2^2}{x_1x_2}=4a^2=\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}+2$□

$\therefore 4a^2=\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}+2=t+\frac{1}{t}+2\in[\frac{16}{3}$□$+\infty)$□

□ $a>1$□$\therefore$□□a□□□□□$[\frac{2\sqrt{3}}{3}$□$+\infty)$□

7□□2021•□□□□□□□□$f(x)=e^x+ax+b$□□□$y=f(x)$□□$(1$□f□1□$)$□□□□□□$ex-y-2=0$□

□1□□□□ $f(x)$ □□□□□□□□ $f(x)\geq x-1$□

□2□□□ $g(x)=kx-2$□□□□$f(x)$□□□$g(x)$□□□□□$A(x_1$□$y_1)$□$B(x_2$□$y_2)$□□□□□□AB□□□□$P(x_0$□$y_0)$□□□□

$f(x_0)<g$□1□$<y_0$□

□□□□□□□1□□□□□□ f□1□$=e+a+b=e-2$□□

$a+b=-2$□

□ $f'(x)=a+e^{x}$□□ f'□1□$=e+a=e$□□ $a=0$□□□□

$b=-2$□

□ $f(x)=e^{x}-2$□

□ $h(x)=f(x)-x+1=e^{x}-x-1$□ $h'(x)=e^{x}-1$□

□ $h'(x)=0$□□□ $x=0$□

□□□ $h(x)$□ $(-\infty,0)$□□□□□□□ $(0,+\infty)$□□□□□□

$\therefore h(x)\geqslant h(0)=0$□□ $f(x)\geqslant x-1$□

□2□□□ $f(x_0)<g$□1□$<y_0$□□□□□□□

$$e^{\frac{x_1+x_2}{2}}-2<k-2<\frac{e^{x_1}+e^{x_2}-4}{2}$$□

□□□ $e^{\frac{x_1+x_2}{2}}<k<\frac{e^{x_1}+e^{x_2}}{2}$ □□□□

$$e^{\frac{x_1+x_2}{2}}<\frac{e^{x_2}-e^{x_1}}{x_2-x_1}<\frac{e^{x_1}+e^{x_2}}{2}$$□

□□□□ $e^{\frac{x_2-x_1}{2}}<\frac{e^{x_2-x_1}-1}{x_2-x_1}<\frac{e^{x_2-x_1}+1}{2}$□

□□□ $t=x_2-x_1>0$□□□ $e^{\frac{t}{2}}<\frac{e^{t}-1}{t}<\frac{e^{t}+1}{2}$□

□□ $e^{\frac{t}{2}}<\frac{e^{t}-1}{t}$□□□□□ $e^{\frac{t}{2}}-e^{-\frac{t}{2}}>t$□

□ $F(t)=e^{\frac{t}{2}}-e^{-\frac{t}{2}}-t$ □□ $F'(t)=\frac{1}{2}(e^{\frac{t}{2}}+e^{-\frac{t}{2}})-1>0$ □

∴ $F(t)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□

∴ $F(t)>F(0)=0$ □□ $e^{\frac{t}{2}}<\frac{e^t-1}{t}$ □□□

□□ $\frac{e^t-1}{t}<\frac{e^t+1}{2}$ □□□□□ $\frac{e^t-1}{e^t+1}<\frac{t}{2}$ □

□ $G(t)=\frac{e^t-1}{e^t+1}-\frac{t}{2}$ □ □

$G'(t)=\frac{2e^t}{(e^t+1)^2}-\frac{1}{2}=\frac{4e^t-(e^t+1)^2}{2(e^t+1)^2}=\frac{-(e^t-1)^2}{2(e^t+1)^2}<0$ □

∴ $G(t)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□ ∴ $G(t)<G(0)=0$ □□

$\frac{e^t-1}{t}<\frac{e^t+1}{2}$ □□□

∴ $e^{\frac{t}{2}}<\frac{e^t-1}{t}<\frac{e^t+1}{2}$ □ $t>0$ □□□ ∴ $f(x_0)<g$ □1□

$<y_0$ □□□

8．（2021•□□□□□□□□） $f(x)=2lnx-2mx+x^2(m>0)$ □

（1）□□□□ $f(x)$ □□□□□

（2）□□ $m\geqslant\frac{3\sqrt{2}}{2}$ □□□□□ $f(x)$ □□□□ $f'(x)$ □□□□ x □□□ A□B□□□□□□□□□ x_1□$x_2(x_1<x_2)$□□□ AB □□□□□□□□ x_0□

□ x_1 □ x_2 □□□□ $h(x)=\ln x-cx^2-bx$ □□□□□□ $(x_1-x_2)h'(x_0)\geqslant -\dfrac{2}{3}+\ln 2$ □

□□□□□□□1□□□ $f(x)=2\ln x-2mx+x^2$ □□□□□ $(0,+\infty)$ □ $f'(x)=\dfrac{2(x^2-mx+1)}{x}$ □

□□□□ $x^2-mx+1=0$ □□□□□△ $=m^2-4$ □

□ $m^2-4\leqslant 0$ □□ $0<m\leqslant 2$ □□ $f'(x)\geqslant 0$ □□□□□ $f(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□

□ $m^2-4>0$ □□ $m>2$ □□□ $x^2-mx+1=0$ □□□□□□□□□□ $x=\dfrac{m\pm\sqrt{m^2-4}}{2}$ □

□ $f'(x)>0$ □□ $0<x<\dfrac{m-\sqrt{m^2-4}}{2}$ □ $x>\dfrac{m+\sqrt{m^2-4}}{2}$ □□□ $f(x)$ □□□□□

□ $f'(x)<0$ □□ $\dfrac{m-\sqrt{m^2-4}}{2}<x<\dfrac{m+\sqrt{m^2-4}}{2}$ □□□ $f(x)$ □□□□□

□□□□□□ $0<m\leqslant 2$ □□ $f(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□

□ $m>2$ □□ $f(x)$ □ $(\dfrac{m-\sqrt{m^2-4}}{2},\dfrac{m+\sqrt{m^2-4}}{2})$ □□□□□□

□ $(0,\dfrac{m-\sqrt{m^2-4}}{2})$ □ $(\dfrac{m+\sqrt{m^2-4}}{2},+\infty)$ □□□□□□

□2□□□□□□1□□□ $f'(x)=\dfrac{2(x^2-mx+1)}{x}$ □

□□ $f'(x)$ □□□ x_1 □ x_2 □□□□ $x^2-mx+1=0$ □□□□

□□ $m\geqslant\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$ □□□△ $=m^2-4>0$ □ $x_1+x_2=m$ □ $x_1x_2=1$ □

□□□ x_1 □ x_2 □ $h(x)=\ln x-cx^2-bx$ □□□□

□□ $\ln x_1 - cx_1^2 - bx_1 = 0$ □ $\ln x_2 - c_2^2 - bx_2 = 0$ □□□□□ $\ln\frac{x_1}{x_2} - c(x_1 - x_2)(x_1 + x_2) - b(x_1 - x_2) = 0$ □

□ $b = \frac{\ln\frac{x_1}{x_2}}{x_1 - x_2} = c(x_1 + x_2)$ □□ $h'(x) = \frac{1}{x} - 2cx - b$ □

□□ $(x_1 - x_2)h'(x_0) = (x_1 - x_2)(\frac{1}{x_0} - 2cx_0 - b)$

$= (x_1 - x_2)[\frac{2}{x_1 + x_2} - c(x_1 + x_2) - \frac{\ln\frac{x_1}{x_2}}{x_1 - x_2} + c(x_1 + x_2)] = \frac{2(x_1 - x_2)}{x_1 + x_2} - \ln\frac{x_1}{x_2} = 2\cdot\frac{\frac{x_1}{x_2} - 1}{\frac{x_1}{x_2} + 1} - \ln\frac{x_1}{x_2}$ □

□ $\frac{x_1}{x_2} = t(0 < t < 1)$ □□ $(x_1 + x_2)^2 = m^2$ □ $x_1^2 + x_2^2 + 2x_1x_2 = m^2$ □

□□ $x_1x_2 = 1$ □□□□□□ x_1x_2 □□ $t + \frac{1}{t} + 2 = m^2$ □

□□ $m \geqslant \frac{3\sqrt{2}}{2}$ □□ $t + \frac{1}{t} \geqslant \frac{5}{2}$ □□□ $0 < t \leqslant \frac{1}{2}$ □ $t \geqslant 2$ □□□ $0 < t \leqslant \frac{1}{2}$ □

□ $G(t) = 2\cdot\frac{t - 1}{t + 1} - \ln t$ □□□ $G'(t) = \frac{-(t - 1)^2}{t(t + 1)^2} < 0$ □

□ $y = G(t)$ □ $(0, \frac{1}{2}]$ □□□□□□

□□ $G(t)_{min} = G(\frac{1}{2}) = -\frac{2}{3} + \ln 2$ □

□ $y = (x_1 - x_2)h'(x_0)$ □□□□□ $-\frac{2}{3} + \ln 2$ □

□□ $(x_1 - x_2)h'(x_0) \geqslant -\frac{2}{3} + \ln 2$ □

9．□2021 □•□□□□□□□□□ $f(x) = \ln x - ax^2 + (2 - a)x$ □

□1□□□ $f(x)$ □□□□□

□2□□□ $0<x<\frac{1}{a}(a>0)$ □□□□□ $f(\frac{1}{a}+x)>f(\frac{1}{a}-x)$ □□□□□□□ $y=f(x)$ □□□□ x □□□ $A(x_1$□$0)$ □ $B(x_2$□$0)$ □□□□□

AB□□□□□□□ x_0 □□□□ $f'(x_0)<0$ □

□□□□□□1□ $f(x)$ □□□□□ $(0,+\infty)$ □ $f'(x)=\frac{1}{x}-2ax+(2-a)=-\frac{(2x+1)(ax-1)}{x}$ □

(i) □ $a\leqslant 0$ □□ $f'(x)>0$ □□□ $f(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□

(ii) □ $a>0$ □□□ $f'(x)=0$ □ $x=\frac{1}{a}$ □□□ $x\in(0,\frac{1}{a})$ □□ $f'(x)>0$ □□ $x>\frac{1}{a}$ □□ $f'(x)<0$ □

□ $f(x)$ □ $(0,\frac{1}{a})$ □□□□□□ $(\frac{1}{a},+\infty)$ □□□□□

□2□□□□□□1□□□□ $x\in(0,\frac{1}{a})$ □□ $f(x)$ □ $(0,\frac{1}{a})$ □□□□□□ $(\frac{1}{a},+\infty)$ □□□□□

$f(x)$ □ x□□ 2 □□□□□ $f(\frac{1}{a})>0$ □□ x_1 □ x_2 □□□□□ $\frac{1}{a}$ □□□□□ $\frac{1}{a}$ □

□ $0<x_1<\frac{1}{a}$ □ $x_2>\frac{1}{a}$ □□ $\frac{2}{a}-x_1>\frac{1}{a}$ □

□□ $x\in(0,\frac{1}{a})$ □ $f(\frac{1}{a}+x)>f(\frac{1}{a}-x)$ □□□□

□□ $f(\frac{1}{a}+x_1)>f(\frac{1}{a}-x_1)$ □□ $f(\frac{2}{a}-x_1)>f(x_1)$ □

□ $f(x_1)=f(x_2)=0$ □□□ $f(\frac{2}{a}-x_1)>f(x_2)$ □

□□ $\frac{2}{a}-x_1>\frac{1}{a}$ □ $x_2>\frac{1}{a}$ □□ $f(x)$ □ $(\frac{1}{a},+\infty)$ □□□□□□□ $\frac{2}{a}-x_1<x_2$ □ $x_1+x_2>\frac{2}{a}$ □

$\frac{x_1+x_2}{2}=x_0$ □□ $x_0>\frac{1}{a}$ □ $f'(x_0)<0$ □

□ $f'(x_0)<0$ □□□

10□□2021 □•□□□□□□□□□ $f(x)=2lnx,g(x)=\frac{m}{x}$ □ $F(x)=f(x)+g(x)$

□1□□□□ $F(x)$ □□□□□ $4-2ln2$ □□ m □□□

□2□□ $A(x_1$□$y_1)$□$B(x_2$□$y_2)$□□□ $f(x)$ □□□□□□□□□□□□□□ AB □□□□ $C(x_0$□$y_0)$□□□ AB □□□□ k □□□□ $k>f'(x_0)$□

□□□□□□1□□□ $F(x)=f(x)+g(x)=2lnx+\frac{m}{x}$□

□□ $F(x)$ □□□□□ $(0,+\infty)$□

□ $F'(x)=\frac{2}{x}-\frac{m}{x^2}=\frac{2x-m}{x^2}$□……………………□1 □□

□ $m\leq 0$ □□ $F'(x)$ □□□ 0□ $F(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□□□……………………□2 □□

□ $m>0$ □□□ $F'(x)=\frac{2x-m}{x^2}=0$ □□□ $x=\frac{m}{2}$□

□ $x\in(0,\frac{m}{2})$ □□ $F'(x)<0$□ $F(x)$ □ $(0,\frac{m}{2})$ □□□□□□

$x\in(\frac{m}{2},+\infty)$ □□ $F'(x)>0$□ $F(x)$ □ $(0,\frac{m}{2})$ □□□□□

□□ $F(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□ $F(\frac{m}{2})=2ln\frac{m}{2}+2=4-2ln2$ □□□ $m=e$□……………………□4 □□

□□□□ $m=e$ □□□□ $F(x)$ □□□□□ $4-2ln2$ □□□……………………□5 □□

□2□□□□□□□□□ $k=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{2lnx_2-2lnx_1}{x_2-x_1}$□

□ $x_0=\frac{x_1+x_2}{2}$ □□□ $f'(x)=(lnx)'\big|_{x=x_0}=\frac{2}{x_0}=\frac{4}{x_1+x_2}$□

□□ $k>f'(x_0)$ □□□ $\frac{2lnx_2-2lnx_1}{x_2-x_1}>\frac{4}{x_1+x_2}$□…………□6 □□

□□□ $0<x_1<x_2$ □□□ $lnx_2-lnx_1>\frac{2(x_2-x_1)}{x_1+x_2}$□

□□ $ln\frac{x_2}{x_1}>\frac{2(\frac{x_2}{x_1}-1)}{\frac{x_2}{x_1}+1}$□……………………□8 □□

□ $t=\frac{x_2}{x_1}>1$ □□□ $lnt>\frac{2(t-1)}{t+1}=2-\frac{4}{t+1}$ □

□□ $lnt+\frac{4}{t+1}-2>0$ □□□ $t\in(1,+\infty)$ □…… □9 □□

□ $G(t)=lnt+\frac{4}{t+1}-2, t\in(1,+\infty)$ □

□ $G'(t)=\frac{1}{t}-\frac{4}{(t+1)^2}=\frac{(t+1)^2-4t}{t(t+1)^2}=\frac{(t-1)^2}{t(t+1)^2}>0$ □

□□ $G(t)$ □ $(1,+\infty)$ □□□□□□

□□ $G(t)>G$□1□$=0$□

□□ $k>f'(x_0)$ □□□…… □12 □□

11□□2021 □•□□□□□□□□□ $f(x)=x^2+(a-2)x-alnx(a>0)$ □

□I□□ $f(x)$ □□□□□□

□II□□ $P(x_1$ □ $y_1)$ □ $Q(x_2$ □ $y_2)$ □□□ $f(x)$ □□□□□□□□□ PQ □□□□ $M(x_0$ □ $y_0)$ □

□□□ $\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}<f'(x_0)$ □

□□□□□□□I□ $f'(x)=2x+(a-2)-\frac{a}{x}=\frac{2x^2+(a-2)x-a}{x}=\frac{(x-1)(2x+a)}{x}$ □ $(x>0)$ □

□ $a>0$ □□ $2x+a>0$ □ $x\in(0,1)$ □ $f'(x)<0$ □ $f(x)$ □□□

$x\in(1,+\infty)$ □ $f'(x)>0$ □ $f(x)$ □□□

$\therefore f(x)$ □□□□□□□□ 0□ 1) □□□□□□□□ $(1,+\infty)$ □

□II□□□□ $x_1>x_2>0$ □

□□□ $\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}<f'(x_0)$ □□□□ $\frac{x_1^2+(a-2)x_1-alnx_1-x_2^2-(a-2)x_2+alnx_2}{x_1-x_2}<2\cdot\frac{x_1+x_2}{2}+(a-2)-\frac{a}{\frac{x_1+x_2}{2}}$ □

□□□ $ln\frac{x_1}{x_2}>\frac{2(x_1-x_2)}{x_1+x_2}$ □

□ $\frac{x_1}{x_2}=t,(t>1)$

□□□ $g(t)=lnt-\frac{2(t-1)}{t+1}>0$ □ $(t>1)$

$g'(t)=\frac{(t-1)^2}{t(t+1)^2}>0$ □

$\therefore$ □□ $g(t)$ □ $(1,+\infty)$ □□□□□□ g □1□ $=0$ □

$\therefore g(t)>g$ □1□ $=0$ □

$\therefore g(t)=lnt-\frac{2(t-1)}{t+1}>0$ □ $(1,+\infty)$ □□□□□

$\therefore \frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}<f'(x_0)$ □□□

12□□2021•□□□□□□□ $f(x)=(e^a+e^{-a})lnx-x+\frac{1}{x}(0\leqslant a\leqslant 1$ □ $e=2.71828\cdots$ □□□□□□□□□□

□1□□□□ $f(x)$ □□□□□□

□2□□□□ $y=f(x)$ □ $A(x_1$ □ $f(x_1))$ □ $B(x_2$ □ $f(x_2))$ □□□□□□□□□□ AB □□□□ $C(x_0$ □ $y_0)$ □□□□ $f(x_0)\leqslant\frac{2}{e}$ □

□□□□□□□1□□□□ $f(x)=(e^a+e^{-a})lnx-x+\frac{1}{x}$ □□ $x>0$ □□ $f'(x)=\frac{1}{x^2}(x-e^{-a})(x-e^a)$

□ $0\leqslant a\leqslant 1$ □ $\therefore e^a>1>e^{-a}>0$ □

□□□□ $f'(x)>0$ □ $e^{-a}<x<e^a$ □

□□□□ $f'(x)<0$ □ $0<x<e^{-a}$ □□ $x>e^a$ □

$\therefore f(x)$ □□□□□□ $[e^{-a}，e^{a}]$，$f(x)$ □□□□□□ $(0，e^{-a}]$，$[e^{a}，+\infty)$。

□□（2）□ □□ $y=f(x)$ □ $A(x_1，f(x_1))$，$B(x_2，f(x_2))$ □□□□□□

$\therefore f'(x_1)=f'(x_2)(x_1 \neq x_2)$，

□ $(e^{a}-e^{-a})\cdot\frac{1}{x_1}-1-\frac{1}{x_1^2}=(e^{a}-e^{-a})\cdot\frac{1}{x_2}-1-\frac{1}{x_2^2}$

$\therefore (e^{a}+e^{-a})x_1x_2=x_1+x_2$，

$\therefore (e^{a}+e^{-a})\frac{(x_1+x_2)^2}{4} \geqslant x_1+x_2$，

□ $x_1+x_2 \geqslant \frac{4}{e^{a}+e^{-a}}$，

□ $e^{a}+e^{-a} \geqslant 2=2$，

□ $\frac{4}{e^{a}+e^{-a}} \leqslant 2$

$\therefore x_1+x_2 \geqslant 2$，

$\therefore x_0=\frac{x_1+x_2}{2} \geqslant 1$，

□□1□□ $f(x)$ □ $[1，e^{a}]$ □□□□□□ $[e^{a}，+\infty)$ □□□□ $f'(e^{a})=0$，

$\therefore$ □ $x \geqslant 1$ □□ $f(x)_{max}=f(e^{a})=(e^{a}+e^{-a})lne^{a}-e^{a}+e^{-a}=a(e^{a}+e^{-a})-e^{a}+e^{-a}$，

$\therefore f(x_0) \leqslant a(e^{a}+e^{-a})-e^{a}+e^{-a}$，

□ $g(x)=x(e^{x}+e^{-x})-e^{x}+e^{-x}$，$(0 \leqslant x \leqslant 1)$，

$\therefore g'(x)=x(e^{x}+e^{-x})$，

□ $0<x_1<x_2<1$，

∴ $e^{x_2}-e^{x_1}>0>\frac{1}{e^{x_2}}-\frac{1}{e^{x_1}}$ □□ $e^{x_2}-e^{-x_2}>e^{x_1}-e^{-x_1}>0$ □

∴ $\frac{g'(x_2)}{g'(x_1)}=\frac{e^{x_2}-e^{-x_2}}{e^{x_1}-e^{-x_1}}\cdot\frac{x_2}{x_1}>\frac{e^{x_2}-e^{-x_2}}{e^{x_1}-e^{-x_1}}>1$ □

□ $g'(x_2)>g'(x_1)$ □

∴ □□ $g'(x)$ □ $[0$ □ $1]$ □□□□□□

∴ $g'(x)>g'(0)=0$ □

∴ □□ $g(x)$ □ $[0$ □ $1]$ □□□□□□

□ $0\leqslant x\leqslant 1$ □□ $g(x)\leqslant g$ □1□ $=\frac{2}{e}$ □

∴ $f(x_0)\leqslant\frac{2}{e}$ □

13．□2021•□□□□□□ $f(x)=(e^a+e^{-a})lnx-x+\frac{1}{x}(0\leqslant a\leqslant 1$ □ $e=2.71828\cdots$ □□□□□□□□□□

□1□□□□ $f(x)$ □□□□□□

□2□□□ $y=f(x)$ □ $A(x_1$ □ $f(x_1))$ □ $B(x_2$ □ $f(x_2))$ □□□□□□□□□ AB□□□□ $C(x_0$ □ $y_0)$ □□□□ $x_0\geqslant 1$ □

□□□□□□1□□□□ $f(x)=(e^a+e^{-a})lnx-x+\frac{1}{x}$ □□ $x>0$ □□ $f'(x)=-\frac{(x-e^{-a})(x-e^a)}{x^2}$ □

□ $0\leqslant a\leqslant 1$ □ ∴ $e^a>1>e^{-a}>0$ □

□□□□ $f'(x)>0$ □ $e^{-a}<x<e^a$ □

□□□□ $f'(x)<0$ □ $0<x<e^{-a}$ □□ $x>e^a$ □

∴ $f(x)$ □□□□□□□ $[e^{-a}$ □ $e^a]$ □ $f(x)$ □□□□□□□ $(0$ □ $e^{-a}]$ □ $[e^a$ □ $+\infty)$ □

□□□2□ □□ $y=f(x)$ □ $A(x_1$ □ $f(x_1))$ □ $B(x_2$ □ $f(x_2))$ □□□□□□□

∴ $f'(x_1)=f'(x_2)(x_1\neq x_2)$,

即 $(e^a+e^{-a})\cdot\frac{1}{x_1}-1-\frac{1}{x_1^2}=(e^a+e^{-a})\cdot\frac{1}{x_2}-1-\frac{1}{x_2^2}$,

∴ $(e^a+e^{-a})x_1x_2=x_1+x_2$,

∴ $(e^a+e^{-a})\frac{(x_1+x_2)^2}{4}\geqslant x_1+x_2$,

即 $x_1+x_2\geqslant\frac{4}{e^a+e^{-a}}$.

∵ $e^a+e^{-a}\geqslant 2\sqrt{e^a\cdot e^{-a}}=2$,

即 $\frac{4}{e^a+e^{-a}}\leqslant 2$

∴ $x_1+x_2\geqslant 2$.

∴ $x_0=\frac{x_1+x_2}{2}\geqslant 1$.

14．(2021秋•上杭县校级月考) 已知函数 $f(x)=ax^2+(2-a)x-\ln x(a\in R)$，又函数 $g(x)=\frac{1}{3}x^3+\frac{m}{2}x^2+x+1$ 两个极值点为 x_1，$x_2(x_1<x_2)$ 满足 $|x_1+x_2|\geqslant\frac{3\sqrt{2}}{2}$；$x_1$，$x_2$ 恰为 $h(x)=\ln x-f(x)+bx$ 的零点.

(Ⅰ) 当 $a\in(-2,0)$ 时，求 $f(x)$ 的单调区间;

(Ⅱ) 当 $a=1$ 时，求证: $(x_1-x_2)h(\frac{x_1+x_2}{2})\geqslant 2\ln 2-\frac{4}{3}$.

【解答】解：(1) ∵ $f(x)=ax^2+(2-a)x-\ln x(x>0)$，∴ $f'(x)=\frac{(2x-1)(ax+1)}{x}$，

令 $f'(x)=0$，∴ $x=\frac{1}{2}$ 或 $x=-\frac{1}{a}$，

∵ $a\in(-2,0)$，∴ $-\frac{1}{a}\in(\frac{1}{2},+\infty)$，∴ $\frac{1}{2}<-\frac{1}{a}$，

□ $0<x<\frac{1}{2}$ □ $x>-\frac{1}{a}$ □□ $f'(x)<0$ □□ $\frac{1}{2}<x<-\frac{1}{a}$ □□ $f'(x)>0$ □

$\therefore f(x)$ □ $(0,\frac{1}{2})$ □ $(-\frac{1}{a},+\infty)$ □□□□□□□ $(\frac{1}{2},-\frac{1}{a})$ □□□□□□

□2□ $g(x)=\frac{1}{3}x^3+\frac{m}{2}x^2+x+1$ □□ $g'(x)=x^2+mx+1$ □

□□□□□ $\begin{cases}|x_1+x_2|\geq\frac{3\sqrt{2}}{2}\\ \triangle=m^2-4\\ x_1+x_2=-m\\ x_1x_2=1\end{cases}$ □ $\therefore m^2=\frac{(x_1+x_2)^2}{x_1x_2}\geq\frac{9}{2}$ □

□□ $x_1<x_2$ □ x_1 □ x_2 □□ $h(x)$ □□□□□□ $0<\frac{x_1}{x_2}\leq\frac{1}{2}$ □

□ $a=1$ □□ $h(x)=\ln x-f(x)+bx=\ln x-x^2-x+\ln x+bx=2\ln x-x^2-x+bx$ □□ $h'(x)=\frac{2}{x}-2x-1+b$ □

$\therefore h(x_1)=2\ln x_1-x_1^2-x_1+bx_1=0$ □ $h(x_2)=2\ln x_2-x_2^2-x_2+bx_2=0$ □

□□□□□ $2\ln\frac{x_1}{x_2}-(x_1-x_2)(x_1+x_2)+(b-1)(x_1-x_2)=0$ □

□ $\frac{x_1}{x_2}=t$ □□ $0<t\leq\frac{1}{2}$ □

$\therefore (x_1-x_2)h'(\frac{x_1+x_2}{2})=\frac{4(x_1-x_2)}{x_1+x_2}-(x_1-x_2)(x_1+x_2)+(b-1)(x_1-x_2)$

$=\frac{4(x_1-x_2)}{x_1+x_2}-2\ln\frac{x_1}{x_2}=\frac{4(t-1)}{t+1}-2\ln t(0<t\leq\frac{1}{2})$ □

□ $F(t)=\frac{4(t-1)}{t+1}-2\ln t(0<t\leq\frac{1}{2})$ □□ $F'(t)=\frac{-2(t-1)^2}{t(t+1)^2}<0$ □

$\therefore F(t)$ □ $(0,\frac{1}{2}]$ □□□□□□ $\therefore F(t)\geq F(\frac{1}{2})=2\ln 2-\frac{4}{3}$ □

$\therefore (x_1-x_2)h'(\frac{x_1+x_2}{2})\geq 2\ln 2-\frac{4}{3}$ □

15□□2016□•□□□□□□□□□□ $f(x)=\frac{1}{3}ax^3+\frac{1}{2}bx^2+cx(a,b,c\in R,a\neq 0)$ □□□□□ $(x$ □ $f(x))$ □□□□□□□□ $k(x)$ □□□

□ $g(x)=k(x)-\frac{1}{2}x$ □□□□□□□□ $k(x)$ □□□□□□□① $k(-1)=0$ □②□□□□□ x □□□□ $k(x)\leqslant\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}$ □□□□

□Ⅰ□□□□ $k(x)$ □□□□□

□Ⅱ□□□□ $h(x)=lnx^2-(2m+3)x+\frac{12f(x)}{x}(x>0)$ □□□□□□ x_1 □ $x_2(x_1<x_2)$ □□ $\varphi(x)=lnx-sx^2-tx$ □□□□□ $m\geqslant\frac{3\sqrt{2}}{2}$

□□□ $y=(x_1-x_2)\varphi'(\frac{x_1+x_2}{2})$ □□□□□

□□□□□□Ⅰ□□□□□□ $k(x)=ax^2+bx+c$ □

□ □□ $g(x)=k(x)-\frac{1}{2}x$ □□□□□

$\therefore ax^2-bx+c+\frac{1}{2}x=ax^2+bx+c-\frac{1}{2}x$ □

$\therefore (a-\frac{1}{2})x^2+\frac{1}{2}x+c-\frac{1}{2}\leqslant 0$ □□□□

$$\therefore \begin{cases} a-\frac{1}{2}<0 \\ \frac{1}{4}-4(a-\frac{1}{2})(c-\frac{1}{2})\leqslant 0 \end{cases}$$

$\therefore a=c=\frac{1}{4}$ □

□ $k(-1)=0$ □$\therefore$□ $k(x)=\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}$ □

□Ⅱ□□□Ⅰ□□□ $f(x)=\frac{1}{12}x^3+\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{4}x$ □

$\therefore h(x)=2lnx+x^2+3-2mx$ □

∴ $h(x)=\frac{2(x^2-mx+1)}{x}$□

□□□□△$=m^2-4>0$□$x_1+x_2=m$□$x_1x_2=1$

□$m\geq\frac{3\sqrt{2}}{2}$□

∴□□$0<\frac{x_1}{x_2}\leq\frac{1}{2}$□

□ x_1□$x_2(x_1<x_2)$□□$\varphi(x)=\ln x-sx^2-tx$□□□□

∴□□□□□□□□□$\ln\frac{x_1}{x_2}-s(x_1-x_2)(x_1+x_2)-t(x_1-x_2)=0$□

□$\varphi'(x)=\frac{1}{x}-2sx-t$□□□$y=(x_1-x_2)\varphi'(\frac{x_1+x_2}{2})=\frac{2(\frac{x_1}{x_2}-1)}{\frac{x_1}{x_2}+1}-\ln\frac{x_1}{x_2}$□

□$n=\frac{x_1}{x_2}(0<n\leq\frac{1}{2})$□

□$y=(x_1-x_2)\varphi'(\frac{x_1+x_2}{2})=\frac{2(n-1)}{n+1}-\ln n(0<n\leq\frac{1}{2})$□□□$M(n)$□

$M'(n)=\frac{-(n-1)^2}{n(n+1)^2}<0$

∴$M(n)$□$(0$□$\frac{1}{2}]$□□□□□□

∴$M(n)_{min}=\ln 2-\frac{2}{3}$□

□ $y=(x_1-x_2)\varphi'(\frac{x_1+x_2}{2})$ □□□□□ $ln2-\frac{2}{3}$ □

16□□2021•□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=lnx-ax^2+(2-a)x$ □ $a\in R$ □

□I□□□ $x=1$ □ $f(x))$ □□□□□□□□□ $y=f(x)$ □□ $((1$ □ f □1□ $)$ □□□□□□□

□II□□□□□ $g(x)=f(x)+ax$ □□□□□

□Ⅲ□□□ $a<-\frac{1}{2}$ □□□□□□□ x_1 □ $x_2\in(1$ □ $+\infty)(x_1<x_2)$ □□□□ $x_0\in(x_1$ □ $x_2)$ □□□ $f'(x_0)=\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$ □□□□

$\frac{x_2+x_1}{2}<x_0$ □

□□□□□□□I□ $f'(x)=\frac{1}{x}-2ax+(2-a)$ □

□ $x=1$ □ $f(x)$ □□□□□

□□ f' □1□ $=1-2a+(2-a)=0$ □□□ $a=1$ □

$f'(x)=\frac{1}{x}-2x+1=\frac{-2x^2+x+1}{x}=-\frac{(2x+1)(x-1)}{x}$ □

□ $f'(x)>0$ □□ $0<x<1$ □

□ $f'(x)<0$ □□ $x>1$ □

□□ $f(x)$ □ $(0,1)$ □□□□□□□ $(1,+\infty)$ □□□□□□

□□ f □1□ $=ln1-1+(2-1)=0$ □

$k=f'$ □1□ $=1-2+2-1=0$ □

□□□□ $(1,0)$ □□□□□□□ $y=0$ □

□Ⅱ□ $g(x)=f(x)+ax=lnx-ax^2+2x$ □

□ $g'(x)=\frac{1}{x}-2ax+2=-\frac{2ax^2-2x-1}{x}$ □

□ $a=0$ □□ $g'(x)=\frac{1}{x}+2>0$ □

□□ $g(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□

□ $h(x)=2ax^2-2x-1$ □

$\triangle=4+8a$ □ $h(0)=-1<0$ □□□□□□□ $x=\frac{1}{2a}$ □

□ $a<0$ □□ $h(x)=2ax^2-2x-1$ □□□□□□□□□ $x=\frac{1}{2a}<0$ □

□□ $h(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□

□□ $h(x)<0$ □

□□ $g'(x)..0$ □

□□ $g(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□

□ $a>0$ □□ $\triangle=4+8a>0$ □

$h(x)=2ax^2-2x-1=0$ □□□□□□□□□

$x_1=\frac{2-\sqrt{4+8a}}{2\times 2a}=\frac{1-\sqrt{1+2a}}{2a}<0$ □ $x_2=\frac{1+\sqrt{1+2a}}{2a}>0$ □

□□ $g'(x)<0$ □□ $x>\frac{1+\sqrt{1+2a}}{2a}$ □

□□ $g'(x)>0$ □□ $0<x<\frac{1+\sqrt{1+2a}}{2a}$ □

□□ $g(x)$ □ $(0,\frac{1+\sqrt{1+2a}}{2a})$ □□□□□□ $(\frac{1+\sqrt{1+2a}}{2a}$ □ $+\infty)$ □□□□□

□□□□□ $a\leq 0$ □□ $g(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□

□ $a>0$ □□ $g(x)$ □ $(0,\frac{1+\sqrt{1+2a}}{2a})$ □□□□□□ $(\frac{1+\sqrt{1+2a}}{2a}$ □ $+\infty)$ □□□□□

□Ⅲ□□□ $f(x_2)-f(x_1)=\ln x_2-ax_2^2+(2-a)x_2-[\ln x_1-ax_1^2+(2-a)x_1]$

$=\ln\frac{x_2}{x_1}-a(x_2+x_1)(x_2-x_1)+(2-a)(x_2-x_1)$ □

□□ $f'(x_0)=\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}=\frac{\ln\frac{x_2}{x_1}}{x_2-x_1}-a(x_2+x_1)+(2-a)$ □

□ $f'(x_0)=\frac{1}{x_0}-2ax_0+(2-a)$ □

□□ $\frac{1}{x_0}-2ax_0+(2-a)=\frac{\ln\frac{x_2}{x_1}}{x_2-x_1}-a(x_1+x_2)+(2-a)$ □

□ $\frac{1}{x_0}-2ax_0=\frac{\ln\frac{x_2}{x_1}}{x_2-x_1}-a(x_1+x_2)$ □

□ $f'(\frac{x_1+x_2}{2})-f'(x_0)=\frac{2}{x_1+x_2}-a(x_1+x_2)-(\frac{1}{x_0}-2ax_0)$

$=\frac{2}{x_1+x_2}-a(x_1+x_2)-\frac{\ln\frac{x_2}{x_1}}{x_2-x_1}+a(x_2+x_1)$

$=\frac{2}{x_1+x_2}-\frac{ln\frac{x_2}{x_1}}{x_2-x_1}$

$=\frac{1}{x_2-x_1}[\frac{2(x_2-x_1)}{x_1+x_2}-ln\frac{x_2}{x_1}]$

□ $x_1<x_2$ □□ $x_2-x_1>0$ □□ $t=\frac{x_2}{x_1}>1$ □

□ $\varphi(t)=\frac{2(t-1)}{t+1}-lnt$ □

□ $\varphi'(t)=-\frac{(t-1)^2}{t(t+1)^2}<0$ □

□□ $\varphi(t)$ □ $(1,+\infty)$ □□□□□

□□ $\varphi(t)<\varphi$ □1□ $=0$ □

□□ $ff(\frac{x_1+x_2}{2})-\ '(x_0)<0$ □□□

□ $ff(\frac{x_1+x_2}{2})<\ '(x_0)$

□ $f'(x)=\frac{1}{x}-2ax+(2-a)$ □

□ $f''(x)=-\frac{1}{x^2}-2a(x>1)$ □

□ $a<-\frac{1}{2}$ □□ $f''(x)=-\frac{1}{x^2}-2a$ □ $(1,+\infty)$ □□□□□

□□ $ff(\frac{x_1+x_2}{2})<\ '(x_0)$ □□□ $\frac{x_1+x_2}{2}<x_0$ □□□

17□□2021•□□□□□□□□□□□□ $f(x)=xlnx$ □

□1□□□□ $g(x)=f'(x)+ax^2-(a+2)x(a>0)$ □□□□□ $g(x)$ □□□□□

□2□□□□ $F(x)=f(x)-\frac{x}{e^x}$ □□□ $(1,2)$ □□□□□ x_0 □□ $m(x)=min\{f(x)$ □ $\frac{x}{e^x}\}$ □□ $f(x)=n(n\in R)$ □□□ $(1,+\infty)$ □□□□□□□

□ x_1 □ $x_2(x_1<x_2)$ □□□□ $x_1+x_2>2x_0$ □

□□□□□□1□ $f(x)=x\ln x$ □ $x>0$ □

$\therefore f'(x)=1+\ln x$ □

$\therefore g(x)=f'(x)+ax^2-(a+2)x=1+\ln x+ax^2-(a+2)x$ □

$\therefore g'(x)=\frac{1}{x}+2ax-(a+2)=\frac{2ax^2-(a+2)x+1}{x}=\frac{(ax-1)(2x-1)}{x}$ □

□ $g'(x)=0$ □

□□ $x=\frac{1}{a}$ □ $x=\frac{1}{2}$ □

① □ $\frac{1}{a}>\frac{1}{2}$ □□□ $0<a<2$ □□

□ $g'(x)>0$ □□□ $0<x<\frac{1}{2}$ □□ $x>\frac{1}{a}$ □□□ $g(x)$ □□□□□

□ $g'(x)<0$ □□□ $\frac{1}{2}<x<\frac{1}{a}$ □□□ $g(x)$ □□□□□

$\therefore g(x)_{min}=g(\frac{1}{a})=1+\ln\frac{1}{a}+a\cdot\frac{1}{a^2}-(a+2)\cdot\frac{1}{a}=-\ln a-\frac{1}{a}$ □

$g(x)_{max}=g(\frac{1}{2})=1+\ln\frac{1}{2}+a\cdot\frac{1}{4}-(a+2)\cdot\frac{1}{2}=-\ln 2-\frac{a}{4}$ □

② □ $\frac{1}{a}<\frac{1}{2}$ □□□ $a>2$ □□

□ $g'(x)>0$ □□□ $0<x<\frac{1}{a}$ □□ $x>\frac{1}{2}$ □□□ $g(x)$ □□□□□

□ $g'(x)<0$ □□□ $\frac{1}{a}<x<\frac{1}{2}$ □□□ $g(x)$ □□□□□

$\therefore g(x)_{max}=g(\frac{1}{a})=-\ln a-\frac{1}{a}$ □

$g(x)_{min}=g(\frac{1}{2})=-\ln 2-\frac{a}{4}$ □

③□ $\frac{1}{a}=\frac{1}{2}$ □□□ $a=2$ □ $g'(x)>0$ □□□

$g(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□

∴□□□□□□

□2□□□□□ $g(x)=\frac{x}{e^x}$ □

□□□ $F(x)=f(x)-g(x)$ □□□ $(1,2)$ □□□□□ x_0 □□ $f(x)=x\ln x$ □□ $0<x\leq 1$ □□ $f(x)\leq 0$ □□ $g(x)=\frac{x}{e^x}>0$ □□

$f(x)<g(x)$ □

□ $F'(x)=1+\ln x+\frac{x-1}{e^x}$ □□ $x>1$ □□ $F'(x)>0$ □□□□□ $x_0\in(1,2)$ □□□□□ $F(x_0)=f(x_0)-g(x_0)=0$ □

□ $1<x<x_0$ □□ $f(x)<g(x)$ □□ $x>x_0$ □□ $f(x)>g(x)$ □

□□□□ $m(x)=\begin{cases} x\ln x, 0<x<x_0 \\ \frac{x}{e^x}, x>x_0 \end{cases}$ □

□□□□ $1<x<x_0$ □□ $m'(x)=1+\ln x$ □□□0□ $m(x)$ □□□□□□

□ $x>x_0$ □□ $m'(x)=\frac{x-1}{e^x}$ □□□0□ $m(x)$ □□□□□□

$m(x)=n(n\in R)$ □ $(1,+\infty)$ □□□□□□□ x_1 □ $x_2(x_1<x_2)$ □□ $x_1\in(1,x_0)$ □ $x_2\in(x_0$ □ $+\infty)$ □

□□□□ $x_2\to+\infty$ □□ $x_1+x_2>2x_0$ □

□□□ $x_1+x_2>2x_0$ □□□□□ $x_2>2x_0-x_1>x_0$ □□ $m(x)$ □ $x>x_0$ □□□□□□□□□ $m(x_2)<m(2x_0-x_1)$ □

□□ $m(x_1)=m(x_2)$ □□□□□ $m(x_1)<m(2x_0-x_1)$ □□ $x_1\ln x_1<\frac{2x_0-x_1}{e^{2x_0-x_1}}$ □□□□□□□

□ $h(x)=x\ln x-\frac{2x_0-x}{e^{2x_0-x}}$ □□ $(1<x<x_0)$ □□□ $h(x_0)=0$ □

□□□ $h'(x)=1+\ln x+\frac{1}{e^{2x_0-x}}-\frac{2x_0-x}{e^{2x_0-x}}$ □

□$\varphi(t)=\frac{t}{e^t}$□□$\varphi'(t)=\frac{1-t}{e^t}$□□$t\in(0,1)$□□$\varphi'(t)>0$□□$t>1$□□$\varphi'(t)<0$□

□$\varphi(t)_{max}=\frac{1}{e}$□

□$\varphi(t)>0$□□$\frac{1}{e}>\varphi(t)>0$□□$2x_0-x>0$□□□□□$-\frac{1}{e}<-\frac{2x_0-x}{e^{2x_0-x}}<0$□

□□□$h'(x)=1+\ln x+\frac{1}{e^{2x_0-x}}-\frac{2x_0-x}{e^{2x_0-x}}>0$□□$h(x)$□□□□□$1<x<x_0$□□$h(x)<h(x_0)=0$□

□$x_1\ln x_1<\frac{2x_0-x_1}{e^{2x_0-x_1}}$□□□

□□□$x_1+x_2>2x_0$□

18□□□□□□□

□1□□$x\in[-1$□$0]$□□□□□$\frac{1+x}{1-x}\leqslant e^{2x}\leqslant\frac{1}{(1-x)^2}$□

□2□□□□□$f(x)=x\ln x$□□$A(x_1$□$f(x_1))$□$B(x_2$□$f(x_2))$□□$x_1\neq x_2$□□□□$\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}<f'(\frac{x_1+x_2}{2})$□

□□□□□□□1□□1□□$x\in[-1$□$0]$□□□□□$\frac{1+x}{1-x}\leqslant e^{2x}\leqslant\frac{1}{(1-x)^2}$□

□□□□$g(x)=\frac{1+x}{1-x}-e^{2x}$□□$g'(x)=\frac{2}{(1-x)^2}-2e^{2x}$□ $x\in[-1$□$0]$□$\therefore g'(x)\geqslant 0$□

$\therefore g(x)$□□□$[-1$□$0]$□□□□□□$\therefore g(x)\leqslant g(0)=0$□$\therefore\frac{1+x}{1-x}\leqslant e^{2x}$□

□□□□$h(x)=e^{2x}-\frac{1}{(1-x)^2}$□□$h'(x)=2e^{2x}+\frac{2}{(1-x)^3}>0$□

$\therefore h(x)$□□□$[-1$□$0]$□□□□□□$\therefore h(x)\leqslant h(0)=0$□$\therefore e^{2x}\leqslant\frac{1}{(1-x)^2}$□

$\therefore\frac{1+x}{1-x}\leqslant e^{2x}\leqslant\frac{1}{(1-x)^2}$□

□2□□□□ $x_1<x_2$ □

$\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}<f'(\frac{x_1+x_2}{2}) \Leftrightarrow \frac{x_2\ln x_2-x_1\ln x_1}{x_2-x_1}<\ln\frac{x_1+x_2}{2}+1$ □

□ $x_2\ln x_2-x_1\ln x_1<x_2\ln\frac{x_1+x_2}{2}-x_1\ln\frac{x_1+x_2}{2}+x_2-x_1$ □

$\therefore x_2\ln\frac{2x_2}{x_1+x_2}<x_1\ln\frac{2x_1}{x_1+x_2}+x_2-x_1$ □

□□□□□ x_1 □ $\frac{x_2}{x_1}\ln\frac{2\cdot\frac{x_2}{x_1}}{1+\frac{x_2}{x_1}}<\ln\frac{2}{1+\frac{x_2}{x_1}}+\frac{x_2}{x_1}-1$ □

□ $\frac{x_2}{x_1}=t$ □□ $t>1$ □□□□ $t\ln\frac{2t}{1+t}<\ln\frac{2}{1+t}+t-1$ □

□ $g(t)=\frac{2t}{1+t}-\ln\frac{2}{1+t}-t+1$ □

$g'(t)=\ln(1+\frac{t-1}{t+1})-\frac{t-1}{t+1}$ □

□ $\frac{t-1}{t+1}=x(x>0)$ □ $h(x)=\ln(1+x)-x$ □

$h'(x)=\frac{-x}{1+x}<0$ □ $h(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□

$\therefore h(x)<h(0)=0$ □□ $\ln(1+x)<x$ □□ $g'(t)=\ln(1+\frac{t-1}{t+1})-\frac{t-1}{t+1}<0$ □□□□

$\therefore g(t)$ □ $(1,+\infty)$ □□□□□□□□ $g(t)<g$ □1□ $=0$ □

$\therefore t\ln\frac{2t}{1+t}<\ln\frac{2}{1+t}+t-1$ □□□

$\therefore \frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}<f'(\frac{x_1+x_2}{2})$ □□□

19□□2016□•□□□□□□□□□□ $f(x)=\ln x+x^2$ □

□1□□□□ $h(x)=f(x)-3x$ □□□□

□2□□□□ $g(x)=f(x)-ax$ □□□□□□□□□□□□□ a □□□□□□

□3□□ $F(x)=2f(x)-3x^2-kx(k\in R)$ □□□□ $F(x)$ □□□□□□ m □ $n(0<m<n)$ □□ $x_0=\frac{m+n}{2}$ □□□□□ $F(x)$ □ $(x_0$ □ $F(x_0))$ □□□□□□□□□ x □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□□□1□□□□□ $h'(x)=\frac{2x^2-3x+1}{x}$ □

□ $h'(x)=\frac{2x^2-3x+1}{x}=0$ □□ $x=\frac{1}{2}$, □ $x=1$ □

$\therefore h(x)$ □ $(0,\frac{1}{2})$ □□□□□ $(\frac{1}{2},1)$ □□□□□ $(1,+\infty)$ □□□□□

$\therefore h(x)_{□□□}=h(1)=-2$ □ $h(x)_{□□□}=h\left(\frac{1}{2}\right)=-\frac{5}{4}-\ln 2$ □

□2□ $g(x)=f(x)-ax=\ln x+x^2-ax$ □

$\therefore g'(x)=\frac{1}{x}+2x-a$ □□□□□ $(0,+\infty)$ □

$\therefore m(x)=1+2x^2-ax\geqslant 0$ □ $(0,+\infty)$ □□□

$1+2x^2-ax$ □□□□□ $x=\frac{a}{4}$ □

□ $a\leqslant 0$ □□□□□□□ $m(0)=1>0$ □□□

□ $a>0$ □□ $m(\frac{a}{4})=\frac{a^2}{8}-\frac{a^2}{4}+1\geqslant 0$ □ $\frac{a^2}{8}\leqslant 1$ □

□□ $0<a\leqslant 2\sqrt{2}$ □

□□ $a\leqslant 2\sqrt{2}$ □

(3) 假设函数 $F(x)$ 在 $(x_0, F(x_0))$ 处的切线平行于 x 轴,

$F(x)=2\ln x-x^2-kx$，依题意，$2\ln m-m^2-km=0$; $2\ln n-n^2-kn=0$,

相减得 $2\ln\frac{m}{n}-(m+n)(m-n)=k(m-n)$,

$F'(x_0)=\frac{2}{x_0}-2x_0-k=0$, ∴ $k=\frac{2}{x_0}-2x_0$,

又 $m+n=2x_0$, $k=\frac{4}{m+n}-(m+n)$

所以 $\ln\frac{m}{n}=\frac{2(m-n)}{m+n}=\frac{2(\frac{m}{n}-1)}{\frac{m}{n}+1}$,

设 $u=\frac{m}{n}\in(0,1)$, $y=\ln u-\frac{2(u-1)}{u+1}(u\in(0,1))$,

$y'=\frac{1}{u}-\frac{2(u+1)-2(u-1)}{(u+1)^2}=\frac{(u-1)^2}{u(u+1)^2}>0$

设 $y=\ln u-\frac{2(u-1)}{u+1}(u\in(0,1))$,

所以函数 $y=\ln u-\frac{2(u-1)}{u+1}$ 在 $(0,1))$ 上单调递增，

因此，当 $0<u<1$ 时，$y<0$,

即 $\ln u-\frac{2(u-1)}{u+1}<0$

也就是 $\ln\frac{m}{n}<\frac{2(\frac{m}{n}-1)}{\frac{m}{n}+1}$,

所以 $\ln\frac{m}{n}=\frac{2(\frac{m}{n}-1)}{\frac{m}{n}+1}$ 无解.

所以 $F(x)$ 在 $(x_0, F(x_0))$ 处的切线不能平行于 x 轴.